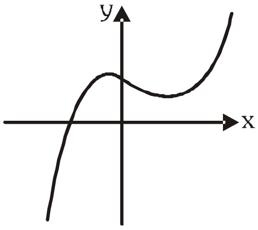
EXAMEN DE ADMISIÓN UNI 2011 – II

MATEMÁTICA

1. Sea p(x) un polinomio con coeficientes reales cuya gráfica se muestra a continuación:



Indique la sucesión correcta después de verificar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones.

I. p(x) tiene grado 3.
II. p(x) tiene solo 2 preguntas complejas.
III. Existe $c \in \mathbb{R}$ tal que p(x+c) no tiene raíces complejas.

A) VVV B) VVF
C) VFF D) FFV
E) FFF

2. Al dividir un polinomio p(x) entre x^4-1 se obtuvo como residuo: $3x^2 + nx^2 + mx - 2$; si además se sabe que, el resto de dividir p(x) entre $(x^2 - 1)$ es $5x - 4$, entonces el valor de m^n es:

A) –4 B) –2
C) 1/2 D) 1/4
E) 4

3. Halle el valor de x en la siguiente ecuación:

$$\log x^{\log x} - \log x - 6 = 0$$

Dé como respuesta la suma de las soluciones.

A) 10,01 B) 99,99
C) 100,01 D) 999,99
E) 1 000, 01

4. Halle el valor de:

$$M = \frac{1}{1+\log_3(10e)} + \frac{1}{1+\mathrm{Ln}(30)} + \frac{1}{1+\log(3e)} + \frac{1}{\log_3(e)} - 1$$

A) $\frac{\log(3)}{10}$ B) $\frac{\mathrm{Ln}(3)}{10}$
C) $\frac{\mathrm{Ln}(3)}{3}$ D) Ln(3)
E) 1

5. Considere la matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & k \\ 1 & k & 4 \\ 1 & k & k \end{bmatrix}$$

Determine el conjunto de valores de k para que A sea invertible.

A) $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ B) $k \in \mathbb{R}$
C) $k \in \mathbb{R} \setminus \{4\}$ D) $k = -4$
E) $k = 0$

6. Al resolver el sistema $\begin{cases} |z - 3i| = 2 \\ y - x^2 = 1 \end{cases}$

donde z = x ÷ iy es un número complejo; la suma de las ordenadas de los puntos solución es:

A) 9 B) 8 C) 7
D) 6 E) 5

7. Sea $S = \{(x,y) / a_1x + b_1y \le C_1, a_2x + b_2y \le C_2, x \ge 0, y \ge 0\}$ La región admisible de un problema de programación lineal.

Indique la secuencia correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F).

I. Si se modifica S, obteniéndose $S_1 = \{(x,y) / a_1x + b_1y \le C_1, a_2x + b_2y \le C_2, a_3x + b_3y \le C_3, x \ge 0, y \ge 0\}$, la solución no cambia, en un problema de maximización.
II. Si f(x,y) es la función objetivo, $y(x_o, y_o)$ es la solución en S y (x_1, y_1) es la solución en S_1 entonces, en un problema de minimización se tendrá $f(x_o, y_o) \le f(x_1, y_1)$.
III. En general S_1, la nueva región admisible, puede o no variar en relación a S.

A) F F V B) F V V C) F F F
D) V V F E) V F V

8. Sea una ecuación de rectángulos R_1, R_2, ..., R_k ... donde el k-ésimo rectángulo tiene lado $\frac{1}{k}$ y $\frac{1}{k+3}$; entonces, la suma de las áreas de todos los rectángulos es igual a:

A) 1 B) 11/18
C) 7/6 D) 1/3
E) 1/6

9. Indique la alternativa correcta después de determinar si cada proposición es verdadera (V) o falsa (F) según el orden dado:
 I. Existen 8 números de 3 cifras tales que al ser divididos entre 37 dan un residuo igual a la cuarta parte del cociente.
 II. Sean $a, b \in \mathbb{N}$; si $(a+x)(b-x)=ab$, entonces se tiene que $x=0$.
 III. Si $D=dc+r$ con $0 \leq r < c$ y $c>1$, entonces el conjunto $\{x \in \mathbf{Z} / D+x=(d+x)c+r\}$ es unitario.

A) VVV B) VVF
C) FFV D) FVF
E) FFF

10. ¿Qué cantidad de desinfectante (en litros) al 80% se debe mezclar con 80 litros del mismo desinfectante al 50% para obtener un desinfectante al 60%?
Indique además el porcentaje de desinfectante al 50% en la solución final.

A) 40 y 33,33% B) 40 y 66,67%
C) 60 y 33,33% D) 60 y 66,67%
E) 66,67 y 60%

11. Un empresario firma una letra por S/. 48 000 a ser pagada en 8 meses al 7% de descuento anual. Luego de transcurridos 3 meses decide cancelar la letra, pues debe viajar para radicar en Australia. Calcule la diferencia entre la cantidad que recibió y canceló el empresario en nuevos soles, sabiendo que el acreedor cobra una comisión del 0,2% sobre el valor nominal, si se cancela al final.

A) 740 B) 742
C) 744 D) 746
E) 748

12. Sean $A=\overline{1a1}_4$, $B=1101_a$ y $C=\overline{1a24a}_5$. Determine la suma en cifras de C en base decimal.

A) 7 B) 9 C) 11
D) 13 E) 15

13. El número $N = 3^b \cdot 5^a$ (con $a \geq 1$) tiene tres divisores más que $M = 2^a \cdot 5^3$. Determine la suma de las inversas de los divisores de M.

A) 1,564 B) 1,852 C) 2,184
D) 1,248 E) 1,384

14. Determine la cantidad de fracciones propias e irreducibles que están comprendidas entre 9/33 y 45/47 tales que la suma de sus términos sea 90.

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

15. Sea $2\cdot\overline{ab}+6\cdot\overline{ab}+12\cdot\overline{ab}+20\cdot\overline{ab}+\ldots+72\cdot\overline{ab}$ un número natural, cuya cantidad de divisores es impar. ¿Cuántos valores puede tomar $\overline{ab}$?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

16. El mínimo común múltiplo de dos números distintos es al máximo común divisor de ellos como 35 es a 1. Si el número mayor es 3 017, determine la suma de las cifras del número menor.

A) 12 B) 13 C) 14
D) 5 E) 16

17. Sean los conjuntos

$$A=\{x \in \mathbb{R} / \left|x-|x|\right| \leq M\}$$
$$B=\{x \in \mathbb{R} / \left|x+|x|\right| \leq M\}$$

Entonces los valores de M tales que $A \cap B = \varnothing$ son:

A) $M \in \{0\}$ B) $M \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$
C) $M \in [-1; 1]$ D) $M \in [0, \infty\rangle$
E) $M \notin \langle -\infty, \infty\rangle$

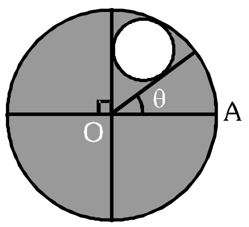
18. Dadas las siguientes proposiciones:
    I. "Si existe $n \in \mathbb{N}$ tal que $n^2 < 0$, entonces existe $n \in \mathbb{N}$ tal que $n - 3 = 0$"
    II. "Si para todo $x \in \mathbb{R}$ se tiene $x^2 \geq 0$, entonces existe $x \in \langle -1; 1 \rangle$ tal que $e^x < 0$"
    III. "Si existe $n \in \mathbb{N}$ tal que $n^2 < 0$, entonces existe $x \in \mathbb{R}$ tal que $e^x < 0$"

    Indique la secuencia correcta después de determinar si es verdadera (V) o falsa (F).
    A) VVV B) VFV C) FVV
    D) VVF E) FFF

19. Halle el conjunto solución del sistema de inecuaciones:
    $$\sqrt{1 + x + 2\sqrt{x}} \geq 1 - \sqrt{x} \geq 0$$
    A) $[0, +\infty\rangle$ B) $\langle 0, +\infty\rangle$
    C) $\langle 0, 1\rangle$ D) $[0, 1]$
    E) $[1, +\infty\rangle$

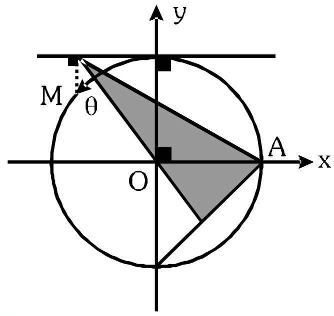
20. Sean las funciones:
    $$f(x) = \sqrt[4]{|x| - 8} - \sqrt{64 - x^2}$$
    $$g(x) = (x^3)\,\text{sgn}(x),$$
    donde sgn es la función signo. Luego, el número de elementos de $\{(x, f(g(x)))\}$ es:
    A) 0 B) 1 C) 2
    D) 3 E) 4

21. En la figura, O es el centro del círculo trigonométrico. Si OA = 1 u y $\tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$, calcule el área de la región sombreada (en u^2).



    A) $\frac{7\pi}{9}$ B) $\frac{5\pi}{6}$ C) $\frac{6\pi}{7}$
    D) $\frac{7\pi}{8}$ E) $\frac{8\pi}{9}$

22. En la circunferencia trigonométrica de la figura mostrada, el arco $\theta \in \left\langle \frac{\pi}{2}; \pi \right\rangle$, calcule el área de la región sombreada $\overset{\frown}{AM} = \theta$.



    A) $\frac{1}{2}\left(\frac{1 - \cos\theta}{2 - \cos\theta}\right)$ B) $\left(\frac{2 - \cos\theta}{1 - \cos\theta}\right)$
    C) $\frac{1}{2}\left(\frac{2 - \cos\theta}{1 - \cos\theta}\right)$ D) $\frac{1}{2}\left(\frac{2 + \cos\theta}{1 - \cos\theta}\right)$
    E) $\frac{1}{2}\left(\frac{1 - \cos\theta}{2 + \cos\theta}\right)$

23. Si $\tan\left(\frac{4x}{7}\right) = a$ y $\tan\left(\frac{3x}{7}\right) = b$, entonces al simplificar:
    $$E = (1 - a^2b^2) \cdot \tan(x) \cdot \tan\left(\frac{x}{7}\right)$$
    se obtiene:
    A) a – b B) $a^2 - b^2$
    C) a + b D) ab
    E) a/b

24. Si: $x \in \left\langle \pi; \frac{5\pi}{4} \right\rangle$, determine el rango de la función:
    $$f(x) = \sqrt{1 + 2|\text{senx}| \cdot \cos x}$$
    A) $\left\langle 0; \frac{\sqrt{2}}{2} \right\rangle$ B) $\langle 0; 1\rangle$
    C) $\langle 0; \sqrt{2}\rangle$ D) $\langle 0; \sqrt{3}\rangle$
    E) $\langle 0; \sqrt{2} + 1\rangle$

25. Para $0 < x < 1$, resolver la ecuación

$$\operatorname{arc\,cot} x = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{1-x}}\right)$$

A) $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ B) $\frac{-1+\sqrt{4}}{2}$
C) $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{-1+\sqrt{2}}{2}$
E) $\frac{-2+\sqrt{2}}{2}$

26. Sea $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ tal que:

$$\log_5(\tan\theta) + \log_5(\tan\theta + 6) = \frac{1}{2}\log_5 9$$

Determine el valor de $\sec^2\theta$

A) $24 - 12\sqrt{3}$ B) $22 - 12\sqrt{3}$
C) $20 - 12\sqrt{3}$ D) $18 - 12\sqrt{3}$
E) $12 - \sqrt{12}$

27. Si A, B y C son los ángulos de un triángulo 1,2; 2,3 y 3 son las longitudes de sus lados opuestos a dichos ángulos respectivamente y sean A = L, calcule el valor de la expresión siguiente:

$$D = \frac{\operatorname{sen}(A+B) + \operatorname{sen}(A+C) + \operatorname{sen}(B+C)}{53\cos A + 42\cos B + 35\cos C}$$

A) $\frac{L}{4}$ B) $\frac{L}{6}$ C) $\frac{L}{8}$
D) $\frac{L}{10}$ E) $\frac{L}{12}$

28. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia cuyo centro está sobre la recta y + x = 0. Además, pasa por los puntos (3,4) y $(3\sqrt{2}, \sqrt{7})$?

A) $x^2 + y^2 = 5$ B) $x^2 + y^2 = 9$
C) $x^2 + y^2 = 15$ D) $x^2 + y^2 = 16$
E) $x^2 + y^2 = 25$

29. En un cono circular, recto la generatriz mide 12 cm y una cuerda de la circunferencia de la base mide 16 cm. Si la distancia del centro de dicha circunferencia a la cuerda es 4 cm, entonces el volumen del cono (en cm^3)es:

A) $\frac{640}{3}\pi$ B) $\frac{641}{3}\pi$ C) $\frac{642}{3}\pi$
D) $\frac{643}{3}\pi$ E) $\frac{644}{3}\pi$

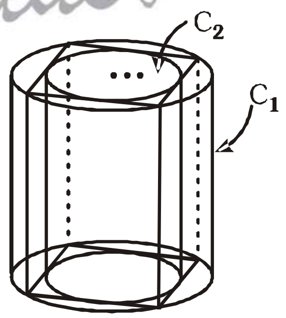
30. Considere dos esferas tangentes exteriormente, cuyos radios miden 1 cm y 3 cm respectivamente. Calcule el volumen (en cm^3) del cono circular recto circundcrito a las dos esferas.

A) 80π B) 81π C) 82π
D) 83π E) 84π

31. En una pirámide regular de base cuadrangular, el punto medio de la altura dista en una cara lateral y de una arista lateral 6 u y 8 u respectivamente. Calcule al altura (en u) de la pirámide.

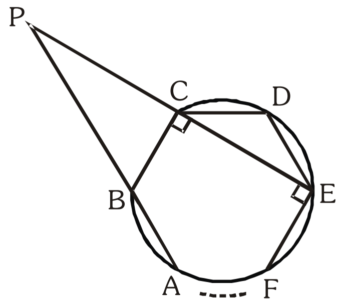
A) $6\sqrt{2}$ B) $12\sqrt{2}$ C) $18\sqrt{2}$
D) $24\sqrt{2}$ E) $34\sqrt{2}$

32. En la figura C_1 es un cilindro circular recto de radio R y altura h. Si en C_1 se inscribe un prisma regular cuadrangular y luego en este prisma se inscribe un cilindro circular recto C_2, y así se repite el proceso obteniendo los cilindros C_3, C_4, C_5, ... Si el cilindro C_{21} es tal que su área total es 3 veces su área lateral, entonces el área lateral de C_1 es:



A) $\frac{\pi R^2}{(\sqrt{2})^{40}}$ B) $\frac{\pi R^2}{(\sqrt{2})^{30}}$ C) $\frac{\pi R^2}{(\sqrt{2})^{20}}$
D) $\frac{\pi R^2}{(\sqrt{2})^{15}}$ E) $\frac{\pi R^2}{(\sqrt{2})^{10}}$

33. En la figura ABCDEF... es un polígono regular cuyo lado mide 2 cm. Calcule PF (en cm).



A) $4\sqrt{3}$
B) $2\sqrt{13}$
C) $3\sqrt{6}$
D) $6\sqrt{2}$
E) $4\sqrt{6}$

34. Dos circunferencias C_1 y C_2 de centro O y O' respectivamente, son tangentes exteriormente en T. Desde O se traza una tangente a C_2 en P y desde O' se traza una tangente a C_1 en Q ($\overline{OP}$ no se interseca con $\overline{O'Q}$). Si se tiene que $\overline{PQ}$ se interseca con $\overline{OO'}$ en T, entonces la relación de los radios de dichas circunferencias es:

A) $\frac{1}{3}$
B) $\frac{1}{2}$
C) 1
D) 2
E) 3

35. En un rectángulo ABCD, M y N son puntos medios de los lados $\overline{BC}$ y $\overline{CD}$ respectivamente, tales que AM = $2\sqrt{2}$ cm y BN = $\sqrt{17}$ cm. Si P es el punto de intersección de los segmentos $\overline{AM}$ y $\overline{BN}$, entonces el valor de PM + PN en cm es:

A) $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{17}}{5}$
B) $\frac{2\sqrt{2}+2\sqrt{17}}{5}$
C) $\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{17}}{5}$
D) $\frac{2\sqrt{2}+3\sqrt{17}}{5}$
E) $\frac{3\sqrt{2}+3\sqrt{17}}{5}$

36. En una circunferencia de 10 cm de radio, dos cuerdas se cortan de manera que el producto de los segmentos que cada una determina sobre sí es 1296 cm^4. Determine a qué distancia (en cm) del centro, se halla el punto de intersección.

A) 5
B) 6
C) 7
D) 8
E) 9

37. Los diámetros $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ de una circunferencia son perpendiculares. Si $E \in \overparen{BD}$, $\overline{AE}$ interseca a $\overline{CD}$ en el punto F y FD = 1 cm, entonces la longitud de la circunferencia circunscrita al triángulo FED (en cm) es:

A) $\pi\sqrt{2}$
B) $2\pi\sqrt{2}$
C) $2\pi\sqrt{3}$
D) $3\pi\sqrt{2}$
E) $3\pi\sqrt{3}$

38. El volumen y el área lateral de un prisma recto de base triangular son 50 m^3 y 200 m^2 respectivamente. Calcular el radio (en m) de la circunferencia inscrita en la base del prisma.

A) 0,25
B) 0,5
C) 1
D) 2
E) 3

39. En un triángulo ABC en el espacio, la altura relativa a $\overline{AC}$ es $5\sqrt{3}$ cm. Sus vértices A y C están en un plano horizontal P y el vértice B es exterior a P de modo que el diedro B – AC – B' (B' es la proyección de B sobre P) mide 37°. Si AB' = 10 cm, entonces la longitud de $\overline{AB}$ (en cm) es:

A) 10
B) 10,6
C) $\sqrt{127}$
D) $5\sqrt{6}$
E) $6\sqrt{5}$

40. Las diagonales de un trapecio dividen a éste en cuatro triángulos. Si las áreas de los triángulos adyacentes a las bases son A_1 y A_2, entonces el área total del trapecio en función de A_1 y A_2 es:

A) $A_1 + A_2 + \sqrt{A_1A_2}$
B) $2\sqrt{A_1A_2}$
C) A_1A_2
D) $\left(\sqrt{A_1}+\sqrt{A_2}\right)^2$
E) $A_1 + A_2 - \sqrt{A_1A_2}$

MATEMÁTICAS

RESOLUCIÓN 1

TEMA: Funciones Polinomiales

Ubicación de incógnita

Valor de verdad

Análisis de los datos o gráficos

La gráfica corresponde a un polinomio de grado impar, no lineal, que interseca en un número impar al eje de abcisas, por tanto y = P(x) tiene al menos una raíz real.

I. Falso (F)

No necesariamente el grado es tres.

II. Falso (F)

No necesariamente. Tiene una cantidad par de raíces imaginarias, que al menos es 2.

III. Falso (F)

y = p(x+c) se obtiene desplazando "c" unidades, a lo largo del eje de abcisas, la gráfica de y = p(x).

Observación:

En este problema se está considerando que los complejos son los imaginarios, cabe recordar que los complejos incluyen reales e imaginarios.

Conclusiones y respuesta:

∴ Rpta: FFF

Respuesta: E) FFF

RESOLUCIÓN 2

TEMA: Polinomios

Ubicación de incógnita

Calcular el valor de m^n

Análisis de los datos o gráficos

$$P(x)=(x^4-1)\cdot q_1(x)+3x^3+nx^2+mx-2$$

$$P(x)=(x^2-1)\cdot q_2(x)+5x-4$$

Operación del problema

1. Aplicando la fórmula, teorema o propiedad

Para eliminar los cocientes hacemos:

$$x=1 \qquad \wedge \qquad x=-1$$

2. Solución del problema:

$$P(1)=m+n+1 \qquad \wedge \qquad P(1)=1$$
$$P(-1)=n-m-5 \qquad \wedge \qquad P(-1)=-9$$

Igualando:

$$m+n=0 \qquad \wedge \qquad n-m=-4$$
$$\Rightarrow m=2 \qquad\qquad n=-2$$

Conclusiones y respuesta:

$$m^n=(2)^{-2}=\frac{1}{4}$$

Respuesta: D) $\frac{1}{4}$

RESOLUCIÓN 3

TEMA: Logaritmos

Ubicación de incógnita

El valor de "x"

Análisis de los datos o gráficos

$\text{Log}\, x^{\text{Logx}}-\text{Logx}-6=0$

Operación del problema

$$(\text{Log}(x))^2-\text{Log}(x)-6=0$$

Factorizando:

$$\text{Log}\,x=3 \qquad \vee \qquad \text{Log}\,x=-2$$
$$\Rightarrow x_1=1000 \qquad\qquad x_2=0,01$$

Conclusiones y respuesta:

Nos piden:

$$x_1+x_2=1000,01$$

Respuesta: E) 1 000,01

RESOLUCIÓN 4

TEMA: Logaritmos

Ubicación de incógnita

El valor de: "M"

Análisis de los datos o gráficos

$$M=\frac{1}{1+\text{Log}_{(3)}(10e)}+\frac{1}{1+\text{Ln}(30)}+\frac{1}{1+\text{Log}(3e)}+\frac{1}{\text{Log}_{(3)}(e)}-1$$

Operación del problema

$$M=\frac{1}{\text{Log}_{(3)}(3)+\text{Log}_{(3)}(10e)}+\frac{1}{\text{Ln}(e)+\text{Ln}(30)}+\frac{1}{\text{Log}10+\text{Log}(3e)}+\frac{1}{\text{Log}_{(3)}(e)}-1$$

$$M=\frac{1}{\text{Log}_3(30e)}+\frac{1}{\text{Ln}(30e)}+\frac{1}{\text{Log}(30e)}+\frac{1}{\text{Log}_{(3)}(e)}-1$$

$$M=\text{Log}_{(30e)}(3)+\text{Log}_{(30e)}(e)+\text{Log}_{(30e)}(10)+\text{Log}_{(e)}(3)-1$$

$$M=\text{Log}_e(3)=\text{Ln}(3)$$

Conclusiones y respuesta:

Ln(3)

Respuesta: D) *Ln(3)*

RESOLUCIÓN 5

TEMA: *Matrices*

Ubicación de incógnita

Los valores de "k"

Análisis de los datos o gráficos

La matriz "A" es invertible

Operación del problema

- **Aplicación de fórmula, teorema o propiedad:**

  Para que la matriz "A" sea invertible: $|A|\neq 0$

- **Solución del problema:**

$$|A|=\begin{vmatrix}1&4&k\\1&k&4\\1&k&k\end{vmatrix}\neq 0$$

Según la regla de Sarrus:

$$(k^2+16+k^2)-(k^2+4k+4k)\neq 0$$

$$(k-4)^2\neq 0\rightarrow k\neq 4$$

Conclusión y respuesta:

$k\in\mathbb{R}\setminus\{4\}$

Respuesta: C) $k\in\mathbb{R}\setminus\{4\}$

RESOLUCIÓN 6

TEMA: *Números complejos*

Ubicación de incógnita

Suma de las ordenadas de los puntos solución

Análisis de los datos o gráficos

$$\begin{cases}|z-3i|=2\text{......(I)}\\ y-x^2=1\text{.......(II)}\end{cases}$$

$z=x+yi$

Operación del problema

De la ecuación (I):

$$|x+(y-3)i|=2\rightarrow x^2+(y-3)^2=2^2\text{...}(\alpha)$$

De la ecuación (II):

$$x^2=y-1\text{..........}(\beta)$$

Reemplazando (β) en (α):

Si: $y-1+(y-3)^2=2^2\rightarrow y=1\rightarrow x=0$

Si: $y-1+(y-3)^2=2^2\rightarrow y=4\rightarrow x=\sqrt{3}\vee x=-\sqrt{3}$

Los puntos solución son: $(0;1);(\sqrt{3};4);(-\sqrt{3};4)$

Conclusión y respuesta:

$1+4+4=9$

Respuesta: A) *9*

RESOLUCIÓN 7

TEMA: *Programación lineal*

Ubicación de incógnita

Valor de verdad

Análisis de los datos o gráficos

$$S=\{(x;y)/a_1x+b_1y\le c_1, a_2x+b_2y\le c_2, x\ge 0, y\ge 0\}$$

Operación del problema

I. Falso (F)
De acuerdo con la regla posicional de los semiplanos la solución podría cambiar.

II. Verdadero (V)
De acuerdo con la regla posicional del menor semiplano en la minimización
$f(x_o;y_o)\le f(x_1;y_1)$

III. Verdadero (V)
La proposición es perfectamente valida.

Conclusión y respuesta:

FVV

Respuesta: B) FVV

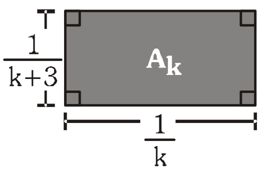
RESOLUCIÓN 8

TEMA: *Series*

Ubicación de incógnita

Suma de las áreas de todos los rectángulos.

Análisis de los datos o gráficos



$$\rightarrow A_k=\frac{1}{k(k+3)}$$

Operación del problema

Área total $= A_1 + A_2 + A_3 + ...$

$$\text{Área total} = \frac{1}{1.4}+\frac{1}{2.5}+\frac{1}{3.6}+\frac{1}{4.7}+\frac{1}{5.8}+...$$

$$\text{Área total} = \frac{1}{3}\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+3}\right)=\frac{1}{3}\sum_{k=1}^{\infty}\left[\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)+\left(\frac{1}{k+1}-\frac{1}{k+2}\right)+\left(\frac{1}{k+2}-\frac{1}{k+3}\right)\right]$$

Según la regla telescópica tenemos:

$$\text{Área total} = \frac{1}{3}\left[1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right]=\frac{1}{3}\left(\frac{11}{6}\right)=\frac{11}{18}$$

Conclusión y respuesta

$$\text{Área total} = \frac{11}{18}u^2$$

Respuesta: B) $\frac{11}{18}$

RESOLUCIÓN 9

TEMA: *Cuatro Operaciones*

Ubicación de incógnita

Analizar los valores de verdad de cada proposición.

Operación del problema

I.
$$\begin{array}{r|l} \overline{abc} & 37 \\ \hline x & 4x \end{array}$$

$\overline{abc} = 37 \cdot 4x + x$

$\overline{abc} = 149\,x$

$\downarrow$

1
2
3
4
5
6

Hay 6 números

$\therefore$ falso

II. $a;b\in\mathbb{N}$

$(a+x)(b-x)=a.b$

$\cancel{ab}+xb-xa-x^2=\cancel{ab}$

$x(b-a)=x^2$

Hay 2 soluciones

$x=0 \vee x=b-a$

$\therefore$ falso

III. $D=dc+r$ con $o\leq r<c$ y $c>1$

Luego el conjunto:

$\{x \in Z/ \underbrace{D}_{dc+r} + x = (d+x)c + r\}$

$0 = x\,(\underbrace{C-1}_{\neq 0}) \qquad \rightarrow x=0$

El conjunto tendrá un solo elemento cuando $x=0$

$\therefore$ verdadero

Respuesta: C) *FFV*

RESOLUCIÓN 10

TEMA: *Regla de Mezcla*

Ubicación de incógnita

Sea "x" el volumen del recipiente de 80%.

Operación del problema

$\boxed{x} + \boxed{80} = \boxed{x+80}$

80% 50% 60%

$\rightarrow \dfrac{x.80\%+80.50\%}{x+80}=60\%$

$x = 40$

Conclusión y respuesta

Piden: $x = 40$

Además

$\dfrac{80}{40+80}x100\%=66,67\%$

$\therefore 40$ y $66,67\%$

Respuesta: B) *40 y 66,67%*

RESOLUCIÓN 11

TEMA: *Descuento*

Ubicación de incógnita

Piden: $Va_2 - (\overset{0,2\%Vn\ (Bono)}{96} + Va_1)$

Análisis de los datos o gráficos

Va_1 — 3 meses — Va_2 — 5 meses — $V_n=48000$

tasa de dscto: 7 % anual

Operación del problema

– Aplicación de fórmula, teorema o propiedad

$\boxed{Va=Vn\,x\,(1-R\%\,x\,t)}$

– Solución del problema

$Va_1=48000\left(1-\dfrac{7}{100}x\dfrac{8}{12}\right)=45760$

$Va_2=48000\left(1-\dfrac{7}{100}x\dfrac{5}{12}\right)=46600$

Conclusión y respuesta

Piden: $46600-(45760+96)=744$

Respuesta: C) *744*

RESOLUCIÓN 12

TEMA: *Numeración*

Ubicación de incógnita

Necesitamos "a" para conocer el valor del numeral C.

Operación del problema

$\underbrace{A=\overline{1a1}_4}_{a<4} \qquad \underbrace{B=1101_a}_{2\leq a}$

a: 2;3

Evaluamos para a = 3 en A x B = C

$$\underbrace{131_4}_{29} \times \underbrace{1101_3}_{37} = \underbrace{13243_5}_{1073}$$

se verifica la igualdad

Conclusión y respuesta

C = 1073; $\sum$ cifras $= 11$

Respuesta: C) 11

RESOLUCIÓN 13

TEMA: *Números primos*

Ubicación de incógnita

Sea $SID_{(M)}$ la suma de inversas de los divisores de M.

Análisis de los datos o gráficos

Necesitamos hallar "a" sabiendo que $a \geq 1$.

Operación del problema

$$\underbrace{N = 3^b \times 5^a} \qquad \underbrace{M = 2^a \times 5^3}$$

$$CD_N = CD_M + 3$$

$$(b+1)(a+1) = (a+1) \times 4 + 3$$

$$\underbrace{(a+1)}_{3}\underbrace{(b-3)}_{1} = 3$$

$$a = 2 \qquad b = 4$$

Reemplazo en $M = 2^2 \times 5^3$

$$SID_{(M)} = \frac{SD_{(M)}}{M} = \frac{\frac{2^3-1}{2-1} \times \frac{5^4-1}{5-1}}{2^2 \times 5^3} = 2,184$$

Respuesta: C) 2,184

RESOLUCIÓN 14

TEMA: *Fracciones*

Ubicación de incógnita

Piden los valores de x.

Análisis de los datos o gráficos

Sea la fracción: $\frac{90-x}{x}$ además la fracción es propia e irreductible.

$\rightarrow x < 90 \ \wedge \ x$ PESI con 90

Operación del problema

$$\frac{9}{33} < \frac{90-x}{x} < \frac{45}{47}$$

$$\frac{3}{11} < \frac{90}{x} - 1 < \frac{45}{47}$$

$$\frac{14}{11} < \frac{90}{x} < \frac{92}{47}$$

$$45,\ldots.. < x < 70,\ldots..$$

$$x \rightarrow 46;\ 47;\ 48;\ \ldots..;\ 68;\ 69$$

Dado que "x" es PESI con 90

$$\rightarrow x : \underbrace{47; 49; 53; 59; 61, 67}_{6\ \#s}$$

Respuesta: D) 6

RESOLUCIÓN 15

TEMA: *Potenciación y Radiación*

Ubicación de incógnita

Cantidad de valores de $\overline{ab}$

Análisis de los datos o gráficos

$$\overline{ab} \times (2 + 6 + 12 + 20 + \ldots + 72) = k^2$$

Operación del problema

$$\boxed{1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \ldots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}}$$

Reemplazando, tenemos: $\rightarrow \overline{ab} \times \frac{8 \times 9 \times 10}{3} = k^2$

Simplificando:

$$\rightarrow \overline{ab} \times 3 \times 2^4 \times 5 = k^2$$

$$\therefore \overline{ab} = 15 \times \alpha^2 \leq 95$$

$$15 \times 1^2 = 15$$

$$15 \times 2^2 = 60$$

$$15 \times 3^2 = 135$$

$\Rightarrow$ Hay dos soluciones

Respuesta: B) 2

RESOLUCIÓN 16
TEMA: *MCD y MCM*

Ubicación de incógnita
Piden la suma de cifras de N

Análisis de los datos o gráficos
$\mathrm{MCD}(3017,N)=d$
$\mathrm{MCM}(3017,N)=35\times d$
$(N<3017)$

Operación del problema

$\boxed{\mathrm{MCD}(A;B)\times\mathrm{MCM}(A;B)=A\times B}$

Reemplazando: d x (35 x d) = 3017 x N
Simplificando, tenemos:

$\rightarrow d^2\times 5=\underbrace{431}_{\text{Primo}}\times N$
$\therefore N=5\times 431=2155$
Piden: $2+1+5+5=13$

Respuesta: B) 13

RESOLUCIÓN 17
TEMA: *Inecuaciones*

Ubicación de incógnita
Intervalo de M.

Análisis de los datos o gráficos
$$A=\{x\in\mathbb{R}/\,\left|x-|x|\right|\le M\}$$
$$B=\{x\in\mathbb{R}/\,\left|x+|x|\right|\le M\}$$
Fácilmente reconocemos que $M\ge 0$.

Operación del problema

- **Aplicación de fórmula, teorema o propiedad**

  Para A: $-M\le x-|x|\le M.....(I)$

  Para B: $-M\le x+|x|\le M.....(II)$

- **Solución del problema**

  Efectuando (I) + (II):
$$-2M\le 2x\le 2M$$
$$\underbrace{-M\le x\le M}_{|x|\le M}$$
  Como $|x|\ge 0\ \forall x\in\mathbb{R}$:
$$\underbrace{0\le|x|\le M}_{0\le M}$$
  Por tanto tenemos: $M\in[0;\infty\rangle$

Respuesta: D) *$M\in[0;\infty\rangle$*

RESOLUCIÓN 18
TEMA: *Desigualdades*

Ubicación de incógnita
Valor de verdad

Análisis de los datos o gráficos

I. $\begin{cases}\text{p: Existe } n\in\mathbb{N} \text{ tal que } n^2<0 & \text{(F)}\\ \text{q: Existe } n\in\mathbb{N} \text{ tal que } n-3=0 & \text{(V)}\end{cases}$

Ahora $p\rightarrow q\equiv V$

II. $\begin{cases}\text{p: Para todo } x\in\mathbb{R} \text{ se tiene } x^2\ge 0 & \text{(V)}\\ \text{q: Existe } x\in\langle -1;1\rangle \text{ tal que } e^x<0 & \text{(F)}\end{cases}$

Ahora $p\rightarrow q\equiv F$

III. $\begin{cases}\text{p: Existe } n\in\mathbb{N} \text{ tal que } n^2<0 & \text{(F)}\\ \text{q: Existe } x\in\mathbb{R} \text{ tal que } e^x<0 & \text{(F)}\end{cases}$

Ahora $p\rightarrow q\equiv V$

Respuesta: B) VFV

RESOLUCIÓN 19
TEMA: *Inecuaciones*

Ubicación de incógnita
Los valores de: "x" que determinan al conjunto solución

Análisis de los datos o gráficos

$$\sqrt{1+x+2\sqrt{x}} \geq 1-\sqrt{x} \geq 0$$

Operación del problema

$$\sqrt{\left(1+\sqrt{x}\right)^2} \geq 1-\sqrt{x} \geq 0$$

$$1+\sqrt{x} \geq 1-\sqrt{x} \geq 0$$

$$x \geq 0 \quad \wedge 1-\sqrt{x} \geq 0$$

$$x \leq 1$$

$$\rightarrow x \in [0;1]$$

Respuesta: D) [0; 1]

RESOLUCIÓN 20

TEMA: *Funciones III*

Ubicación de incógnita

Número de elementos del conjunto {(x; f(g(x)))}

Análisis de los datos o gráficos

$$f(x) = \sqrt[4]{|x|-8} - \sqrt{64-x^2};\ x \in \{-8; 8\}$$

$$g(x) = \begin{cases} x^3 & ;\ x > 0\ \ ......(1) \\ 0 & ;\ x = 0\ \ .....(2) \\ -x^3; & x < 0\ \ .....(3) \end{cases}$$

Operación del problema

I. f(g(x)) con (1):

$$x > 0 \wedge x^3 \in \{-8; 8\} \Rightarrow x = 2$$

Con lo cual tenemos {(2; f(g(2)))}

II. f(g(x)) con (2):

$$\underbrace{x = 0 \wedge 0 \in \{-8; 8\}}_{x \in \varnothing}$$

III. f(g(x)) con (3):

$$x = 0 \wedge -x^3 \in \{-8; 8\} \Rightarrow x = -2$$

Con lo cual tenemos {(–2; f(g(–2)))}

Conclusiones y respuesta:

Conjunto obtenido = {(2; f(g(2))), (–2; f(g(–2)))}

Respuesta: C) 2

RESOLUCIÓN 21

TEMA: *Circunferencia trigonométrica*

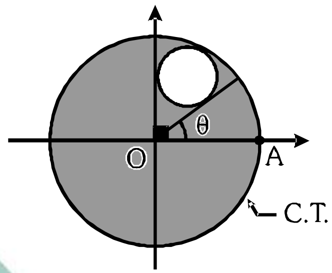
Ubicación de incógnita

Calcular el área de la región sombreada.

Análisis de los datos o gráficos

$$\text{Tan}\theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

OA = 1

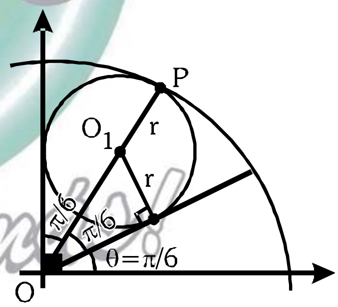


Operación del problema

* Aplicación de la fórmula, teorema o propiedad

$$\text{Tan}\theta = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$$

* Solución del problema



Por el triángulo rectángulo notable (30° – 60°):

$\overline{OO_1} = 2r$.

Entonces: OP = 3r = 1

$$\Rightarrow r = \frac{1}{3}$$

Restando las áreas de las circunferencias:

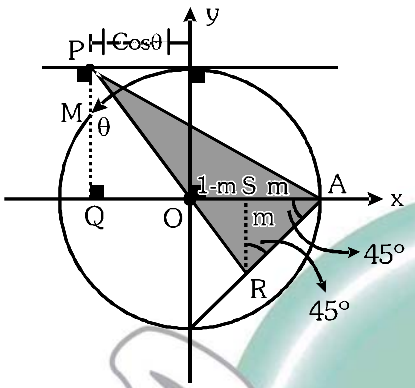
$$S_x = \pi(1)^2 - \pi\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \pi - \frac{\pi}{9} = \frac{8\pi}{9}u^2$$

Respuesta: B) $\frac{8\pi}{9}$

RESOLUCIÓN 22
TEMA: *Circunferencia trigonométrica*

Ubicación de incógnita
Calcular el área de la región sombreada.

Análisis de los datos o gráficos



Operación del problema

$\Delta OPQ \approx \Delta OSR$

$$\frac{|\text{Cos}\theta|}{1} = \frac{1-m}{m}$$

Ojo: $|\text{Cos}\theta| = -\text{Cos}\theta$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{1-\text{Cos}\theta}$$

$$S_x = S_{\Delta OAP} + S_{OAR} = \frac{(1)(1)}{2} + \frac{1}{2}(1)\frac{(1)}{1-\text{Cos}\theta}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{2-\text{Cos}\theta}{1-\text{Cos}\theta}\right]$$

Respuesta: B) $\frac{1}{2}\left[\frac{2-\text{Cos}\theta}{1-\text{Cos}\theta}\right]$

RESOLUCIÓN 23
TEMA: *Identidades Trigonométricas de Arco Compuesto*

Ubicación de incógnita

Simplificar: $E = (1-a^2b^2)\cdot\text{Tanx}\cdot\text{Tan}\left(\frac{x}{7}\right)$

Análisis de los datos o gráficos

$$\text{Tan}\left(\frac{4x}{7}\right) = a\,;\ \text{Tan}\left(\frac{3x}{7}\right) = b$$

Operación del problema

* Aplicación de la fórmula, teorema o propiedad

$$\text{Tan}(x) = \text{Tan}\left(\frac{4x}{7}+\frac{3x}{7}\right) = \frac{\text{Tan}\left(\frac{4x}{7}\right)+\text{Tan}\left(\frac{3x}{7}\right)}{1-\text{Tan}\left(\frac{4x}{7}\right)\cdot\text{Tan}\left(\frac{3x}{7}\right)}$$

$$\text{Tan}\left(\frac{x}{7}\right) = \text{Tan}\left(\frac{4x}{7}-\frac{3x}{7}\right) = \frac{\text{Tan}\left(\frac{4x}{7}\right)-\text{Tan}\left(\frac{3x}{7}\right)}{1+\text{Tan}\left(\frac{4x}{7}\right)\cdot\text{Tan}\left(\frac{3x}{7}\right)}$$

* Solución del problema

$$E = (1-a^2b^2)\cdot\frac{(a+b)}{(1-ab)}\cdot\frac{(a-b)}{(1+ab)}$$

$$= \frac{\cancel{(1-a^2b^2)}\,(a^2-b^2)}{\cancel{(1-a^2b^2)}} = (a^2-b^2)$$

Conclusiones y respuesta:

$\therefore E = a^2 - b^2$

Respuesta: B) $a^2 - b^2$

RESOLUCIÓN 24
TEMA: *Funciones trigonométricas*

Ubicación de incógnita

Ran(f) de: $f(x) = \sqrt{1+2|\text{senx}|\cdot\cos x}$

Si: $x \in \left\langle \pi; \frac{5\pi}{4}\right\rangle$

Análisis de los datos o gráficos

Si: $x \in \left\langle \pi; \frac{5\pi}{4}\right\rangle \to \text{senx} < 0 \to |\text{senx}| = -\text{senx}$

Operación del problema

$\therefore f(x) = \sqrt{1-2\text{senx}\cos x}$

$f(x) = |\operatorname{sen}x - \cos x|$

$f(x) = \left|\sqrt{2}\operatorname{sen}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right|$

$\pi < x < \frac{5\pi}{4}$

$\frac{3\pi}{4} < x - \frac{\pi}{4} < \pi$ (decreciente)

$0 < \operatorname{sen}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) < \frac{\sqrt{2}}{2}$

$0 < \sqrt{2}\operatorname{sen}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) < 1$

$0 < \underbrace{\left|\sqrt{2}\operatorname{sen}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right|}_{f(x)} < 1$

Conclusiones y respuesta:

$\therefore \operatorname{Ran}(f) = \langle 0;1\rangle$

Respuesta: B) $\langle 0;1\rangle$

RESOLUCIÓN 25

TEMA: *Funciones trigonométricas inversas*

Ubicación de incógnita

Hallar "x"

Análisis de los datos o gráficos

$\operatorname{arc\,cot} x = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{1-x}}\right)$; $0 < x < 1$

Operación del problema

1. Aplicamos la propiedad: $(x > 0)$

   $\operatorname{arc\,cot} x = \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$

2. Solución del problema

   $\frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$

   $\Rightarrow x^2 = |1-x|$; como $x \in \langle 0;1\rangle$

   $x^2 = 1 - x$

   $x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

Respuesta: A) $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

RESOLUCIÓN 26

TEMA: *Identidades trigonométricas*

Ubicación de incógnita

Determinar el valor de $\sec^2\theta$

Análisis de los datos o gráficos

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

$\log_5(\tan\theta) + \log_5(\operatorname{Tan}\theta + 6)) = \frac{1}{2}\log_5 9$

Operación del problema

1. Aplicación de fórmula, teorema o propiedad

   $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta \ \wedge\ \log A + \log B = \log(A.B)$

2. Solución del problema

   $\log_5[\tan\theta(\operatorname{Tan}\theta + 6)] = \log_5(9)^{1/2}$

   $\Rightarrow \tan\theta(\tan\theta + 6) = 3$

   $\tan^2\theta + 6\tan\theta - 3 = 0$

   $\Rightarrow \operatorname{Tan}\theta = \frac{-6 \pm 4\sqrt{3}}{2} = -3 \pm 2\sqrt{3}$

   como $\theta \in \left\langle 0;\frac{\pi}{2}\right\rangle$ la tangente es positiva

   Entonces: $\operatorname{Tan}\theta = -3 + 2\sqrt{3}$

   $\operatorname{Sec}^2\theta = (-3 + 2\sqrt{3})^2 + 1 = 22 - 12\sqrt{3}$

Respuesta: E) $22 - 12\sqrt{3}$

RESOLUCIÓN 27

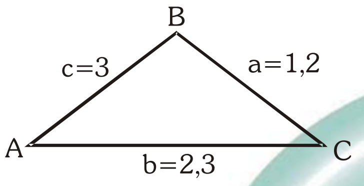
TEMA: *Resolución de triángulos oblicuángulos*

Ubicación de incógnita

$$E=\frac{\text{sen}(A+B)+\text{sen}(A+C)+\text{sen}(B+C)}{53\cos A+42\cos B+35\cos C}$$

$$=\frac{\text{senA}+\text{senB}+\text{se nC}}{D}$$

Análisis de los datos o gráficos



Operación del problema

1. Aplicación de fórmula, teorema o propiedad
   (Teorema de las proyecciones)
   a=bcosC+ccosB
   b=acosC+ccosA
   c=acosB+bcosA

2. Solución del problema
   1,2 = 2,3cosC + 3cosB
   2,3 = 1,2cosC + 3cosA
   3 = 1,2cosB + 2,3cosA

   6,5 = 5,3cosA + 4,2cosB + 3,5cosC
   Multiplicamos por 10:
   D = 65=53cosA+42cosB+35cosC

Conclusiones y respuestas:

$$E=\frac{2\text{RsenA}+2\text{RsenB}+2\text{RsenC}}{2\text{R}.65}$$

$$=\frac{a+b+c}{2\text{R}.65}=\underbrace{\frac{(1,2+2,3+3)}{2\text{R}.65}.\frac{\text{senA}}{\text{senA}}}_{a=1,2}=\frac{6,5L}{1,2.65}$$

Finalmente: $E=\frac{L}{12}$

Respuesta: E) $\frac{L}{12}$

RESOLUCIÓN 28

TEMA: *Ecuación de la circunferencia*

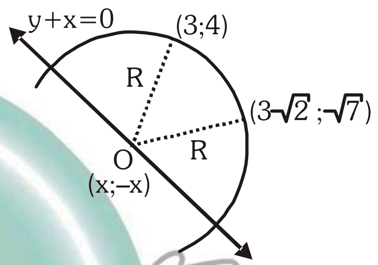
Ubicación de incógnita

Hallar la ecuación de la circunferencia

Análisis de los datos o gráficos

El centro pasa por la recta y+x=0

Los puntos (3; 4) y $(3\sqrt{2};\sqrt{7})$ pertenecen a la circunferencia



Operación del problema

1. Aplicación de fórmula, teorema o propiedad
   $(x-h)^2+(y-k)^2=R^2$

2. Solución del problema
   Como el centro pasa por la recta y+x=0
   $\Rightarrow$ (h; k) = (x; –x)
   $(3-x)^2+(4+x)^2=(3\sqrt{2}-x)^2+(\sqrt{7}+x)^2$
   $\cancel{9}+\cancel{x^2}-6x+\cancel{16}+\cancel{x^2}+8x=\cancel{18}+\cancel{x^2}-6\sqrt{2}x+\cancel{7}+\cancel{x^2}+2\sqrt{7}x$
   $2x=-4\sqrt{7}x$
   $\Rightarrow x=0\Rightarrow h=k=0$
   $\Rightarrow(3-0)^2+(4-0)^2=R^2$
   $\Rightarrow R^2=25$
   $\therefore x^2+y^2=25$

Método práctico

Reemplazar (3; 4) en las claves

E = $(3)^2+(4)^2=25$

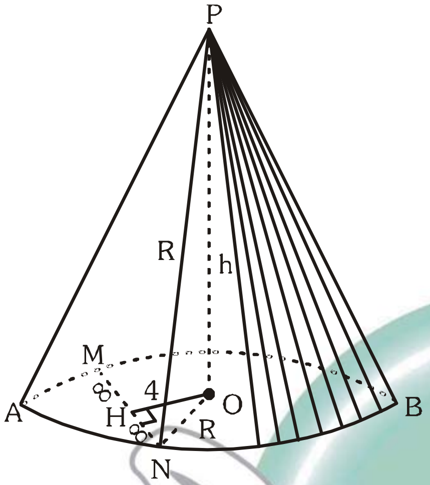
$\therefore x^2+y^2=25$

Respuesta: E) $x^2+y^2=25$

RESOLUCIÓN 29

TEMA: *Cono circular recto*

Análisis de los datos o gráficos



Operación del problema

Aplicando de fórmula teorema o propiedad

Teorema de pitágoras

Solución del problema

En el ◺ OHN: $R^2 = 8^2 + 4^2$

$\rightarrow R = 4\sqrt{5}$

En el ◺ PON: $h^2 = 12^2 - R^2$

$h^2 = 122 - (4\sqrt{5})^2$

$h^2 = 64$

$\rightarrow h = 8$

Conclusión y respuesta:

Luego: $V_{(cono)} = \dfrac{\pi R^2 h}{3} = \dfrac{\pi (4\sqrt{5})^2 \cdot 8}{3}$

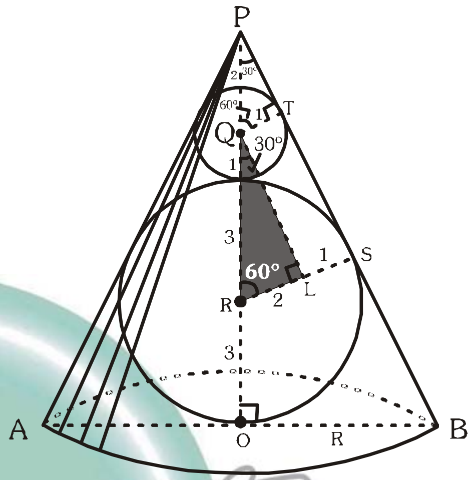
$\therefore \boxed{V_{(cono)} = \dfrac{640\pi}{3}}$

Respuesta: A) $\dfrac{640}{3}$

RESOLUCIÓN 30

TEMA: *Cono circular recto*

Análisis de los datos o gráficos



Operación del problema

Trazamos $\overline{QL} \perp \overline{RS}$

En el ◺ QRL, ya que QR = 2(RL)

$\rightarrow m\measuredangle RQL = 30°$, luego $m\measuredangle QPT = 30°$

Resultando un cono equilátero.

En el ◺ PTQ de 30° y 60°:

PQ = 2

En el ◺ POB de 30° y 60°:

$R = \dfrac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$

Conclusión y respuesta:

Luego: $V_{(cono)} = \dfrac{\pi (3\sqrt{3})^2 \cdot 9}{3}$

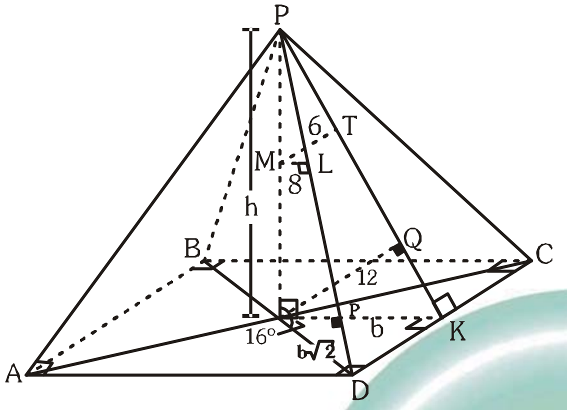
$\therefore \boxed{V_{(cono)} = 81\pi}$

Respuesta: B) 81π

RESOLUCIÓN 31

TEMA: *Pirámide regular*

Análisis de los datos o gráficos



Operación del problema

Aplicando el teorema de la base media:

OP = 16 $\wedge$ OQ = 12

En el $\triangle$POD :

$$\frac{1}{h^2}+\frac{1}{2b^2}=\frac{1}{16^2}\ldots(1)$$

En el $\triangle$POK:

$$\frac{1}{h^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{12^2}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2h^2}+\frac{1}{2b^2}=\frac{1}{2\cdot 12^2}\ldots(2)$$

(1)–(2): $\dfrac{1}{h^2}-\dfrac{1}{2h^2}=\dfrac{1}{16^2}-\dfrac{1}{2\cdot 12^2}$

$$\rightarrow \frac{1}{h^2}=\frac{32}{16^2\cdot 12^2}$$

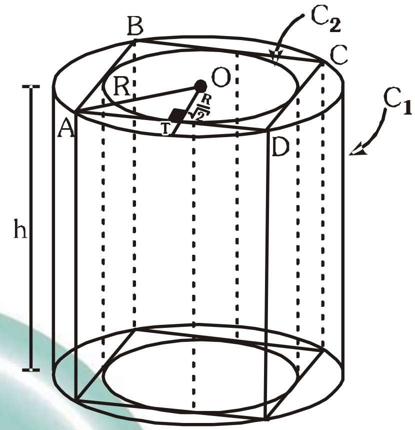
$\therefore \boxed{h=24\sqrt{2}}$

Respuesta: D) $h=24\sqrt{2}$

RESOLUCIÓN 32

TEMA: *Cilindro Regular*

Análisis de los datos o gráficos



Operación del problema

Se pide calcular: $S_{L_1}=2\pi Rh\ldots(1)$

Para C1: radio = R

para C2: radio = $\dfrac{R}{(\sqrt{2})^{2-1}}$

para C3: radio = $\dfrac{R}{(\sqrt{2})^{3-1}}$

⋮

para C21: radio = $\dfrac{R}{(\sqrt{2})^{21-1}}=\dfrac{R}{2^{10}}$

por dato: $S_{T_{21}}=3S_{L_{21}}$

$\rightarrow S_{L_{21}}=S_{B_{21}}$

$$2\pi\cdot\frac{R}{2^{10}}\cdot h=\pi\left(\frac{R}{2^{10}}\right)^2\rightarrow h=\frac{R}{2^{11}}$$

en (1) $\therefore S_{L_1}=\dfrac{\pi R^2}{(\sqrt{2})^{20}}$

Respuesta: C) $\dfrac{\pi R^2}{(\sqrt{2})^{20}}$

RESOLUCIÓN 33

TEMA: *Polígonos regulares*

Ubicación de incógnita

PF = x

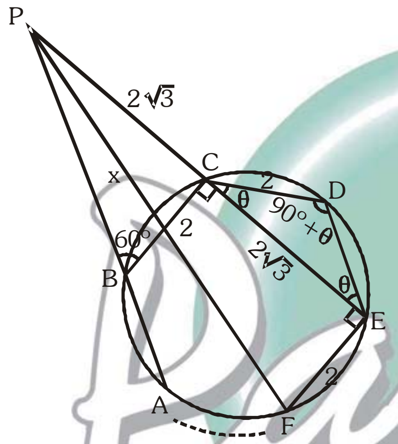
Análisis de los datos o gráficos

$m\measuredangle BCE = 90°$

$m\measuredangle DCE = \theta$

$\Rightarrow m\measuredangle CDE = 90° + \theta$

Operación del problema



Δ CDE

$\theta = 30°$

$\Rightarrow m\measuredangle PBC = 60°$

$\therefore$ PC = $2\sqrt{3}$

CE = $2\sqrt{3}$

$\triangle$ PEF

$x^2 = 2^2 + (4\sqrt{3})^2$

$\therefore x = 2\sqrt{13}$

Respuesta: B) $2\sqrt{13}$

RESOLUCIÓN 34

TEMA: *Circunferencia y paralelogramos*

Ubicación de incógnita

Piden: $\frac{R}{r}$

Análisis de los datos o gráficos

Según el gráfico O, T y O' colineales

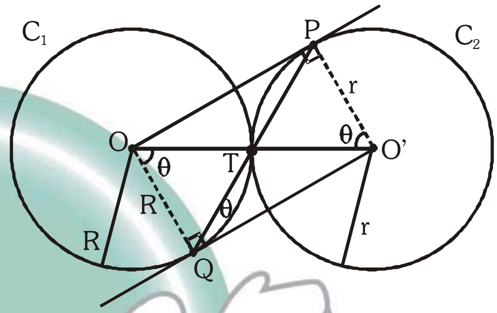
Operación del problema

Por teorema $m\overset{\frown}{QT} = m\overset{\frown}{TP} = \theta$

$\Rightarrow m\measuredangle TOQ = \theta$

$m\measuredangle TO'P = \theta$

$\therefore \overline{PO'} // \overline{OQ}$



$\Rightarrow \square$ OPO'Q (rectángulo)

$\therefore r = R$

$\Rightarrow \frac{R}{r} = 1$

Respuesta: C) 1

RESOLUCIÓN 35

TEMA: *Semejanza de triángulos*

Ubicación de incógnita

Sea: PM = x

PN = y

Piden: x + y

Análisis de los datos o gráficos

AM = $2\sqrt{2}$

BN = $\sqrt{17}$

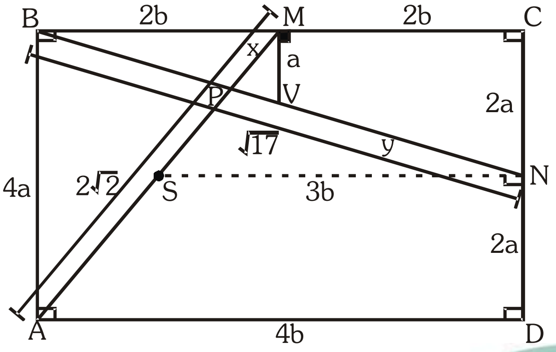
Operación del problema

$\overline{MN}$: Base media $\triangle$ BCN

$\overline{SN}$: Base media $\square$ MCDA

$\Rightarrow$ MN = a

SN = 3b



Por $\sim$ de Δ

$$\frac{x}{2\sqrt{2}} = \frac{a}{a+4a} = \frac{1}{5}$$

$$x = \frac{2\sqrt{2}}{5}$$

$$\frac{y}{\sqrt{17}} = \frac{3b}{2b+3b} = \frac{3}{5}$$

$$y = \frac{3\sqrt{17}}{5} \Rightarrow x + y = \frac{2\sqrt{2}+3\sqrt{17}}{5}$$

Respuesta: D) $\frac{2\sqrt{2}+3\sqrt{17}}{5}$

RESOLUCIÓN 36

TEMA: *Relaciones métricas en la circunferencia*

Ubicación de incógnita

Piden: OP = x

Sea: AP = a, PB = b

CP = c, PD = d

Análisis de los datos o gráficos

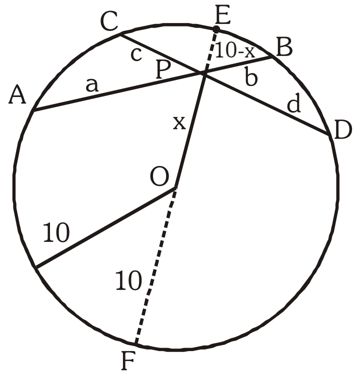
Dato:

ab . cd = 1296

Operación del problema

Teorema de las cuerdas

ab = cd = 36



Luego:

PE = 10 – x

PF = 10 + x

Teorema de las cuerdas

ab = (10 – x)(10 + x)

$36 = 10^2 - x^2$

$\Rightarrow x^2 = 64$

$\therefore x = 8$

Respuesta: D) *8*

RESOLUCIÓN 37

TEMA: *Polígonos Regulares*

Ubicación de incógnita

Piden $LC_1 = 2\pi r$

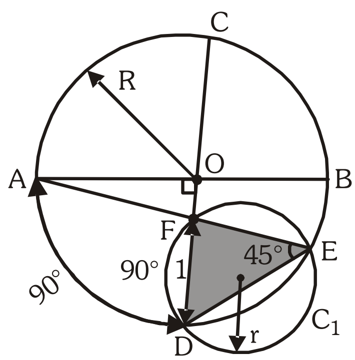
Análisis de los datos o gráficos

Datos:

FD = 1

Del gráfico $m\overset{\frown}{AD} = 90°$

Operación del problema



$\Rightarrow m\measuredangle AED = 45°$

$\therefore m\widehat{FD} = 90°$

Por polígonos regulares (L_4)

$FD = r\sqrt{2}$

$1 = r\sqrt{2}$

$\Rightarrow r = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore 2r = \sqrt{2}$

Conclusiones y respuesta:

$LC_1 = 2\pi r$

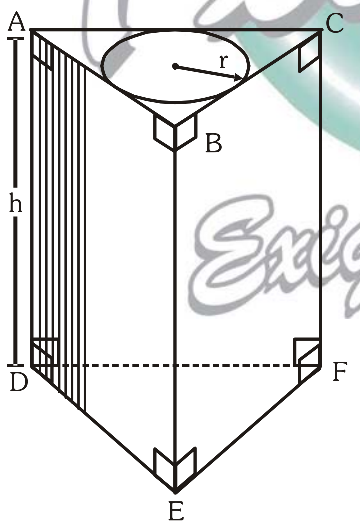
$\therefore LC_1 = \sqrt{2}\pi$

Respuesta: A) $\pi\sqrt{2}$

RESOLUCIÓN 38

TEMA: *Prisma Recto*

Operación del problema



Aplicando la fórmula del volumen y área lateral del prisma recto:

$V = S(ABC)\cdot h \rightarrow p(ABC)\cdot r\cdot h = 50..........(1)$

$S_L = 2p(ABC)\cdot h \rightarrow 2p(ABC)\cdot h = 200......(2)$

dividiendo: $(1)\div(2)$ tenemos: $\dfrac{r}{2} = \dfrac{50}{200}$

$\therefore \boxed{r = 0,5}$

Respuesta: B) *0,5*

RESOLUCIÓN 39

TEMA: *Geometría del espacio (ángulo diedro)*

Ubicación de incógnita

Piden: AB = x

Análisis de los datos o gráficos

Datos:

$BH = 5\sqrt{3}$

$AB' = 10$

$m\measuredangle BHB' = 37$ ($\measuredangle$ diedro)

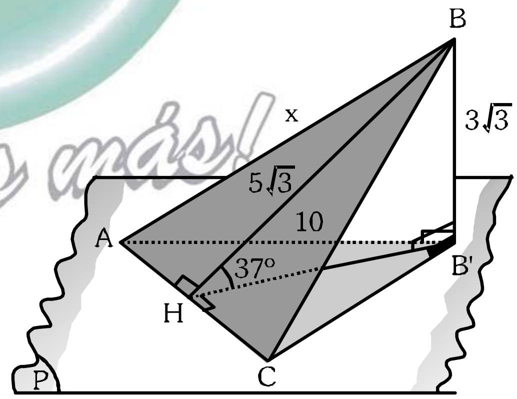
Operación del problema

* Aplicación de la fórmula, teorema o propiedad

$\triangle$ HB'B

$BB' = 3\sqrt{3}$

* Solución del problema



$\triangle$ AB'B

$x^2 = 10^2 + (3\sqrt{3})^2 \Rightarrow x^2 = 127$

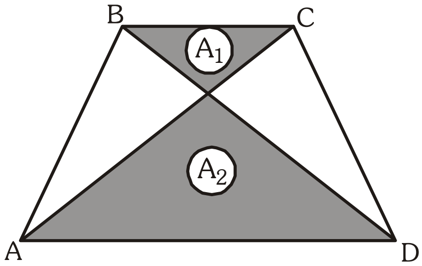
$\therefore \Rightarrow x = \sqrt{127}$

Respuesta: C) $\sqrt{127}$

RESOLUCIÓN 40

TEMA: *Áreas de Regiones Cuadrangulares*

Operación del problema



Nos piden:

Área de la región trapecial ABCD = Sx

Aplicando la propiedad del área de una región trapecial en función de A_1 y A_2:

$$S_x = \left(\sqrt{A_1} + \sqrt{A_2}\right)^2$$

Respuesta: D) $(\sqrt{A_1} + \sqrt{A_2})^2$